

8. Uwagi metodologiczne

Pełne tablice trwania życia

Podstawą do budowy pełnych tablic trwania życia są liczby osób zmarłych w 2018 r. pogrupowane według roku urodzenia i wieku ukończonego, liczby urodzeń w 2018 r. oraz ludności według roczników wieku na koniec 2017 r. oraz 2018 r. Budowa tablicy opiera się na prawdopodobieństwach zgonu, które są obliczane do wieku 84 lat (włącznie) według wzorów przedstawionych poniżej, następnie ekstrapolowane powyżej 84 lat oraz wyrównywane w wieku od 1 do 84 lat. Inne parametry tablicy trwania życia są obliczane w sposób tradycyjny.

Oznaczenia:

$P_x(t)$ – liczba osób żyjących w wieku x lat ukończonych w końcu roku t

$B(t)$ – liczba urodzeń w roku t

$D'_x(t)$ – liczba osób zmarłych w roku t , w wieku ukończonych x lat, spośród urodzonych w roku $t - x - 1$

$D''_x(t)$ – liczba osób zmarłych w roku t , w wieku ukończonych x lat, spośród urodzonych w roku $t - x$

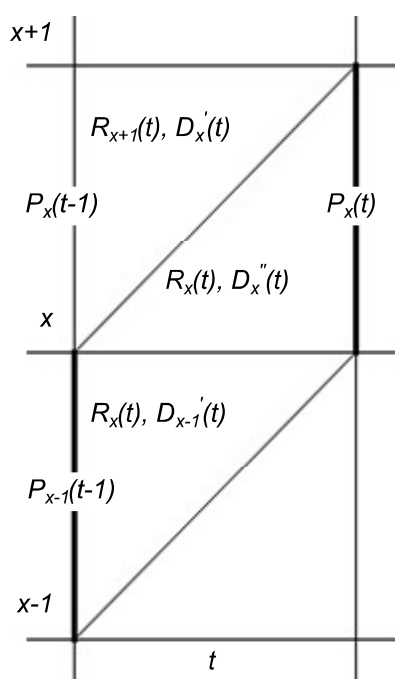
$R_x(t)$ – korekta dla liczby ludności ze względu na migracje w roku t osób urodzonych w roku $t - x$

8. Methodological notes

Complete life tables

Complete life tables are drawn up on the basis of data on persons deceased in 2018 classified by the year of birth and age in completed years, the number of births in 2018 and population by single year of age at the end of 2017 and 2018. The computation of the tables is based on probabilities of death calculated up to the age of 84 using formulas presented below. The probabilities are extrapolated to the ages of 84 and more and then adjusted for ages 1-84. Other parameters of the life tables are calculated by traditional methods.

Notation:



$P_x(t)$ – the number of persons aged x at the end of year t

$B(t)$ – the number of births in year t

$D'_x(t)$ – the number of death in year t at the age of x , amongst people born in year $t - x - 1$

$D''_x(t)$ – the number of persons deceased in year t at age of x amongst people born in year $t - x$

$R_x(t)$ – correction for the number of population in year t with regard to migration of persons born in year $t - x$

$$R_x(t) = \frac{1}{2} (P_{x-1}(t-1) - P_x(t) - D''_{x-1}(t) - D''_x(t)) \quad \text{dla / for } 1 \leq x \leq 84$$

$$R_0(t) = B(t) - P_0(t) - D''_0(t)$$

q_x – prawdopodobieństwo zgonu obliczane jest według wzoru:

q_x – the probability of death is calculated by use of the formula:

$$q_x = 1 - (1 - q'_x)(1 - q''_x) \text{ dla / for } 0 \leq x \leq 84$$

gdzie / where

$$q'_x = \frac{\sum_t D'_x(t)}{\sum_t \left(P_x(t-1) - \frac{1}{2} R_{x+1}(t) \right)} \quad \text{oraz / and} \quad q''_x = \frac{\sum_t D''_x(t)}{\sum_t \left(P_x(t) + D''_x(t) + \frac{1}{2} R_x(t) \right)}$$

W celu obliczenia prawdopodobieństw zgonu w wieku powyżej 84 lat wykonujemy dopasowanie funkcji wielomianowo-wykładniczej do liczby dożywających (l_x):

In order to calculate the probabilities of death for persons aged 84 and over the polynomial-exponential function is fitted to the number of survivors (l_x):

$$l_x = 100000 \exp(-b_0 - b_1 x - b_2 x^2 - \dots - b_5 x^5)$$

w punktach $x = 40, 45, \dots, 85$, a następnie ekstrapolacji na roczniki od 85 do 120.

in points $x = 40, 45, \dots, 85$, and then extrapolated for ages 85-120

Dopasowanie jest wykonywane uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów (z zastosowaniem procedury optymalizacji nieliniowej Marquardta) przy założeniu, że macierz kowariancji liczb dożywających ma elementy wyrażające się wzorem:

Fitting is done by use of the generalised least squares method (with application of Marquardt non-linear optimization method) with the assumption that the variance-covariance matrix of the number of survivors contains elements defined by the formula:

$$\text{Cov}(l_x, l_y) = \begin{cases} \frac{l_y}{l_x} S^2(l_x) & y \geq x \\ \frac{l_x}{l_y} S^2(l_y) & y < x \end{cases}$$

gdzie $S^2(l_x)$ jest oceną wariancji liczby dożywających obliczaną według wzorów:

in which $S^2(l_x)$ is an estimate of the variance of the number of survivors calculated by use of the following formulas:

$$S^2(l_{x+1}) = (1 - q_x)^2 S^2(l_x) + S^2(q_x) l_x^2$$

$$S^2(q_x) = \frac{1 - q_x}{D_x} q_x^2$$

gdzie / in which

$$D_x = \sum_t (D'_x(t) + D''_x(t))$$

jest obserwowaną liczbą zgonów w wieku x

is an observed number of deaths at the age of x .

Do wyrównywania prawdopodobieństw zgonu stosowane jest ruchome dopasowanie paraboliczne z różną ilością wyrazów, co sprowadza się do następujących średnich ruchomych ważonych:

Moving parabolic fit with different number of terms is employed as a method of smoothing of the probabilities of death, what is equivalent to the following weighted moving averages:

- w wieku 1 roku – średnia z wartości od 1 do 5 lat o wagach 0,88571 0,25714 -0,08571 -0,14286 0,08571
- w wieku 2 lat – średnia z wartości od 1 do 5 lat o wagach 0,25714 0,37143 0,34286 0,17143 -0,14286
- w wieku 3 lat – scentrowana pięciowyrazowa o wagach -0,08571 0,34286 0,48571 0,34286 -0,08571
- w wieku od 4 do 29 lat – scentrowana siedmiowyrazowa o wagach -0,09524 0,14286 0,28571 0,33333 0,28571 0,14286 -0,09524
- w wieku od 30 do 89 lat – scentrowana dziewięciowyrazowa o wagach -0,09091 0,06061 0,16883 0,23377 0,25541 0,23377 0,16883 0,06061 -0,09091

- at the age of 1 – average of the values for ages 1-5 with weights 0,88571 0,25714 -0,08571 -0,14286 0,08571
- at the age of 2 – average of the values for ages 1-5 with weights 0,25714 0,37143 0,34286 0,17143 -0,14286
- at the age of 3 – centered five-term average with weights -0,08571 0,34286 0,48571 0,34286 -0,08571
- at the age of 4-29 – centered seven-term average with weights -0,09524 0,14286 0,28571 0,33333 0,28571 0,14286 -0,09524
- at the age of 30-89 – centered nine-term average with weights -0,09091 0,06061 0,16883 0,23377 0,25541 0,23377 0,16883 0,06061 -0,09091

Opisany cykl uśredniania wykonywany jest trzykrotnie. W wieku 0 lat pozostaje niezmieniona wartość empiryczna q_0

The above described moving fit cycle is employed three times. The empirical value of q_0 remains intact.

Zgodnie z zasadami budowy tablicy trwania życia⁶ pozostałe parametry obliczane są według wzorów:

The remaining columns of the life table are calculated in line with known principles⁶ by use of the following formulas:

♦ l_x – liczba dożywających

♦ l_x – number of survivors

$$l_0 = 100000$$

$$l_x = l_{x-1} (1 - q_{x-1}) \quad x = 1, 2, \dots, 120$$

♦ d_x – liczba zmarłych

♦ d_x – number of dying

$$d_x = l_x q_x \quad x = 0, 1, 2, \dots, 100$$

⁶ Jerzy Z. Holzer, Demografia, PWE, Warszawa 2003

♦ L_0 – ludność stacjonarna♦ L_0 – stationary population

$$L_0 = l_0(1 - q_0^n)$$

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2} \quad x = 1, 2, \dots, 119$$

$$T_x = \sum_{y \geq x} L_y \quad x = 0, 1, 2, \dots, 100$$

♦ e_x – średnie dalsze trwanie życia♦ e_x – life expectancy

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, 100$$

Skrócona tablica trwania życia

Skrócona tablica trwania życia jest opracowywana na podstawie parametrów wykonanej uprzednio tablicy pełnej oraz danych o liczbach zgonów D_x . Liczba dożywających oraz średnie dalsze trwanie życia pochodzą bezpośrednio z tej tablicy, natomiast prawdopodobieństwa zgonu w ciągu $_n$ lat dla osób w wieku x są liczone według następującego wzoru:

Abridged life table

An abridged life table is based on the complete life table described above and on the number of deaths D_x . The number of the survivors and the life expectancy are derived directly from that complete table, whereas the probabilities of death during $_n$ years for persons aged x are calculated using the following formula:

$${}_nq_x = 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 0, 1, 5, 10, \dots, 80 \\ n = 1, 4, 5, \dots, 5 \end{array} \right\}$$